$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial T_2}{\partial F_0}=\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2}, \quad 1<x<b_2, \quad Fo>0\\
&T_2=T_0 \;\; x \;\; \text{при } Fo=0\\
&\frac{\partial T_2}{\partial x}-Bi_1T_2=-Bi_1T_1 \;\; Fo \;\; \text{при } x=1,\, Fo\geq 0\\
&\frac{\partial T_2}{\partial x}=T \;\; Fo \;\; \text{при } x=b_2,\, Fo\geq 0,
\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

де $T_2(x, Fo)$ і $T_1(Fo)$ – температури стінки кристалізатора і поверхні зливка у кристалізаторі; $Fo=a_1tX_1^{-2}$, $Bi_1=\alpha_1X_1\lambda_1^2$ – відповідно, критерії Фур’є і Біо; $2X_1$ і X_2 – товщини зливка і стінки кристалізатора; $T(Fo)$ – відома температурна функція; t – час; a_1 – коефіцієнт температуропровідності; α_1 – коефіцієнт тепловіддачі від зливка до внутрішньої поверхні стінки, а значення граничної функції $T_1(Fo)$ тільки на початку другого етапу (після заливки) несталого режиму дорівнює температурі кристалізації металу, а далі невідомо.

Лініювання математичної моделі полягає у наступному. Критерій Біо приймається Кусково-сталим по законам формування зливка у кристалізаторі, а задачу (1) розщеплюємо на дві задачі: лінійну задачу для знаходження функції $T_2(x, Fo)$ і задачу для визначення $T_1(Fo)$.

Узагальненим методом скінчених інтегральних перетворень [1] знаходимо класичне рішення для $T_2(x, Fo)$ у вигляді збіжного ряду, який містить у собі невідому функцію $T_1(Fo)$. Далі, застосовуючи геометричний метод теплового розрахунку твердіння металу за Вейніком [2], отримуємо для $T_1(Fo)$ інтегральне рівняння Вольтера другого роду. Це рівняння розв’язуємо методом послідовних наближень і знаходимо $T_1(Fo)$ у вигляді шести членів ряда Неймана.

Методика подальших розрахунків із використанням ЕОМ за явними і неявними кінцево-різностними схемами достатньо описана у відповідній літературі.

***

АНАЛИЗ СПОСОБОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КРУТИЛЬНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Т. Н. Карпенко, доцент, к. физ.-мат. н., А. В. Чурляев, ст. гр. СИ-04, ПГТУ

Актуальность определения собственных частот многомассовой крутильной модели очевидна при исследовании динамики многих машин: станков, горных машин, многих машин металлургического производства.

Крутильная система практически состоит из большого числа сосредоточенных и распределенных масс, соединенных упругими элементами. Если заменить распределенные массы сосредоточенными и учесть податливости не только участков вала, но и зубчатых зацеплений, ременной и цепной передач, соединений валов, упругих муфт, то получим многомассовую рядную модель с конечным числом степеней свободы.

Из большого числа методов расчета собственных частот крутильных колебаний нами выбраны три: два приближенных и один точный.

Метод парциальных систем сводится к уменьшению числа степеней свободы путем разбиения модели на парциальные системы: I типа, состоящей из массы с моментом инерции $J_к$ и двух упругих участков с податливостями $e_{к-1}$ и $e_к$; II типа, состоящей из двух масс $J_к$ и $J_{к+1}$, соединенных упругим участком с податливостью $e_к$. Среди вычисленных парциальных частот выбираем парциальную систему с наибольшей частотой и «уничтожаем» ее, заменяя другим типом. Итак уменьшаем число степеней до 4-х массовой, для которой есть точное решение.

Метод остатков (метод Толле) основан на использовании зависимостей между крутящими моментами M_i и углами поворота масс (их амплитудными значениями a_i), в которые входят частоты k^2, моменты инерции J_i и жесткости участков C_i:

$$M_{i,i+1} = M_{i-1,i} - J_i a_i k^2, \quad a_{i+1} = a_i + \frac{M_{i,i+1}}{C_i}. \qquad (1)$$

Амплитуда крутящего момента, действующего на последнюю, крайнюю «n»-ю массу системы, равна нулю

$$M_{n-1,n} - J_n a_n k^2 = 0. \qquad (2)$$

Если произвольно выбранное значение собственной частоты k соответствует истинной частоте, то равенство (2) выполняется. В противном случае будет «остаток» R, графическая зависимость которого от k^2 и позволяет найти собственные частоты. Для удобства вычислений пользовались табличной схемой.

Численный анализ задач о собственных частотах проводился для восьмимассовой крутильной модели АКС станка указанными выше приближенными способами и точным способом путем решения частотного управления с помощью пакета программ Math Cad Symbolics Matrix / Determinant.

Погрешность вычислений при первом и втором способах 0,5 %, результаты второго и третьего способа полностью совпали. Учитывая трудоемкость первого способа рекомендуем пользоваться вторым или точным способами при написанной заранее программе для ПК.